



EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomska fakulteta

80!



Obresti, krediti, varčevanje in investicijske odločitve

Dr. Aleš Toman

UL EF in DMFA Slovenije

Prvo spletno predavanje iz finančne matematike

8. oktober 2026

Tekmovanje v znanju ekonomije

Organizirata DMFA Slovenije in UL Ekonomska fakulteta

🌐 <https://www.dmfa.si/Tekmovanja/EkSS/>

Selekcijsko tekmovanje za Mednarodno ekonomsko olimpijado

🌐 <https://ieo-official.org/>



INTERNATIONAL
ECONOMICS OLYMPIAD



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST
IN MLADINO



UNIVERZA
V LJUBLJANI

EF

Ekonomska
fakulteta



SAVA
ZAVAROVALNA
SKUPINA

V DRUŽBI DOBRIH LJUDI

Tekmovanje v znanju ekonomije

I. skupina: **Ekonomija**

II. skupina: **Finančna matematika in statistika**

III. skupina: **Ekonomija ter finančna matematika in statistika**

V vseh tekmovalnih skupinah lahko sodelujejo **vsi dijaki** vseh srednjih šol.

 **Šolsko tekmovanje:** četrtek, 11. marec 2027, ob 13.00

 **Državno tekmovanje:** petek, 2. april 2027, ob 10.00

 **Izbirno tekmovanje:** petek, 7. maj 2027, ob 13.00

Mednarodna ekonomska olimpijada Tokio, 6.–14. avgust 2027



Foto: <https://www.istockphoto.com/>



EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomska fakulteta

80!



Obrestni račun

Navadno obrestovanje

Diskretno obrestno obrestovanje

Obresti

Obresti so nadomestilo za uporabo zneska, ki ga posojilodajalec za določen čas prepusti posojilojemalcu.

Višina obresti o je odvisna od:

- višine sposojenega zneska (**glavnica**) G_0 ,
- **letne obrestne mere** $p \%$,
- **časa obrestovanja** (n let) in
- dogovorjenega **tipa obrestovanja**:
 - navadno obrestovanje,
 - diskretno obrestno obrestovanje.



Navadno obrestovanje

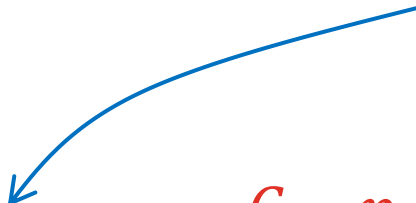
Višina obresti je **sorazmerna** začetni glavnici, obrestni meri in času obrestovanja:

$$o = G_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot n$$

Višina **končne glavnice** po n letih:

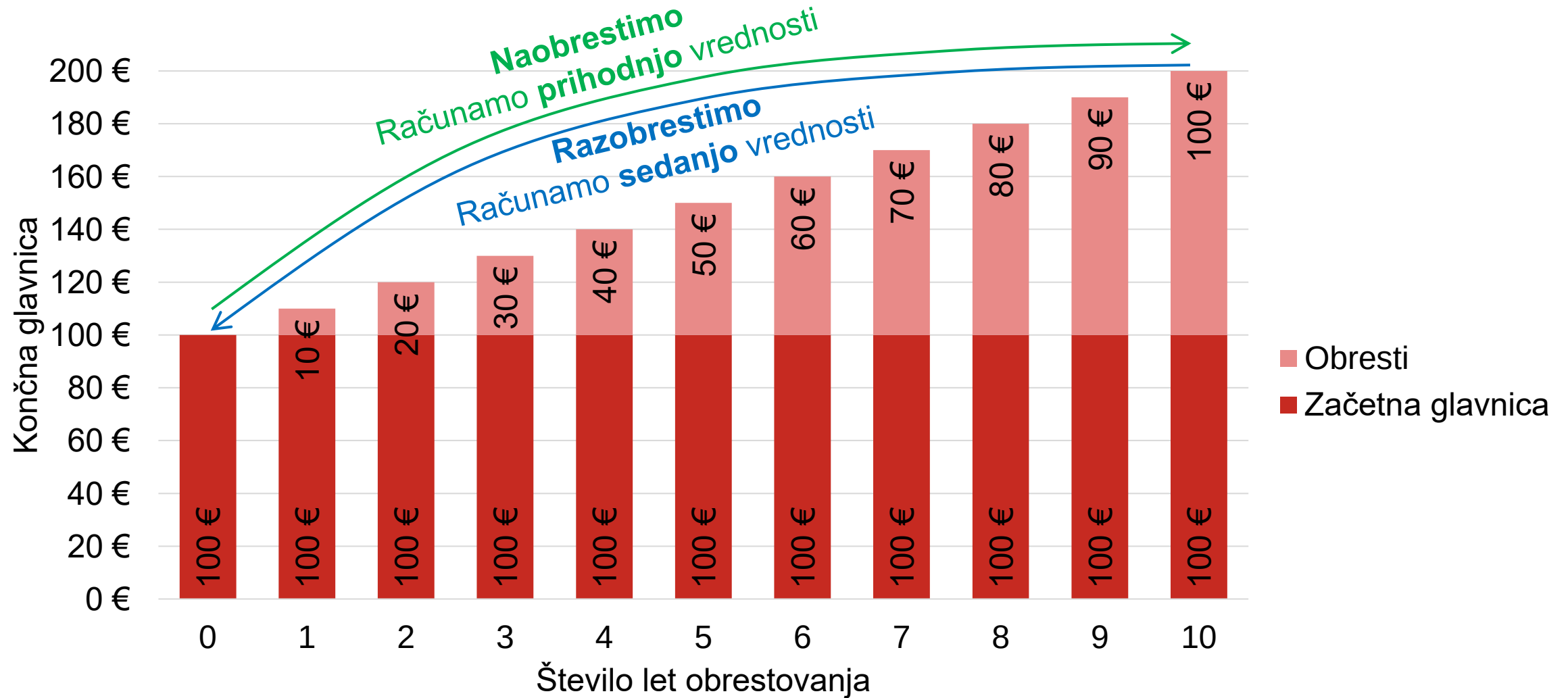
$$G_n = G_0 + o = G_0 + \frac{G_0 \cdot p \cdot n}{100}$$

Obresti pripišemo glavnici
na koncu **celotnega**
obrestovalnega obdobja



Zaporedne končne glavnice sestavljajo **aritmetično zaporedje** (linearna rast).

Navadno obrestovanje: $G_0 = 100 \text{ €}$, $p \% = 10 \%$



Trajanje obrestovanja

Privzamemo, da so vsi meseci enako dolgi: $1 \text{ mesec} = \frac{1}{12} \text{ leta}$ ← Konvencija 30/360

- Glavnica se obrestuje m **mesecev**:

$$o = G_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{m}{12} = \frac{G_0 \cdot p \cdot m}{1200}$$

- Glavnica se obrestuje d **dni**:

Navadno leto → $o = G_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{365} = \frac{G_0 \cdot p \cdot d}{36\,500}$

Prestopno leto → $o = G_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{366} = \frac{G_0 \cdot p \cdot d}{36\,600}$

Čas izražen
v letih

Konvencija
dejansko/dejansko

Šolsko tekmovanje 2016

Konkurenčni banki ponujata polletne **depozite z naraščajočo obrestno mero**.

Depozit se prvi mesec obrestuje po letni obrestni meri **1,5 %**, naslednja dva meseca po letni obrestni meri **1,8 %**, zadnje tri mesece pa po letni obrestni meri **2,4 %**. Privzemi, da na vsaki od bank vežemo po **1000 €**.

- a) Banka A uporablja **navadno obrestovanje** in ves čas obrestuje le začetno glavnico. Kolikšen znesek imamo ob koncu depozita?

Rešitev naloge a)

$$G_0 = 1000 \text{ €}$$

$$p_1 \% = 1,5 \%$$

$$m_1 = 1 \text{ mesec}$$

$$p_2 \% = 1,8 \%$$

$$m_2 = 2 \text{ meseca}$$

$$p_3 \% = 2,4 \%$$

$$m_3 = 3 \text{ mesece}$$

$$G_6 = ?$$

Šolsko tekmovanje 2016

Konkurenčni banki ponujata polletne **depozite z naraščajočo obrestno mero**.

Depozit se prvi mesec obrestuje po letni obrestni meri **1,5 %**, naslednja dva meseca po letni obrestni meri **1,8 %**, zadnje tri mesece pa po letni obrestni meri **2,4 %**. Privzemi, da na vsaki od bank vežemo po **1000 €**.

- a) Banka A uporablja **navadno obrestovanje** in ves čas obrestuje le začetno glavnico. Kolikšen znesek imamo ob koncu depozita?
- b) Kolikšna bi morala biti **nespremenljiva** navadna letna **obrestna mera** depozita pri banki A, da bi pri vezavi za pol leta dobili enak končni znesek kot v a)?

Se nadaljuje ...

Rešitev naloge b)

$$G_0 = 1000 \text{ €}$$

$$p_1 \% = 1,5 \%$$

$$m_1 = 1 \text{ mesec}$$

$$p_2 \% = 1,8 \%$$

$$m_2 = 2 \text{ meseca}$$

$$p_3 \% = 2,4 \%$$

$$m_3 = 3 \text{ mesece}$$

$$G_6 = 1010,25 \text{ €}$$

Diskretno obrestno obrestovanje

Pri **diskretnem obrestnem obrestovanju** obresti **periodično** prištevamo glavnici (**kapitalizacija obresti**) in nato skupaj z glavnico obrestujemo.

Navadno obrestovanje
med letom

Ob koncu **vsakega**
obrestovalnega obdobja

Letno obrestovanje:

$$\bullet G_1 = G_0 + o_1 = G_0 + G_0 \cdot \frac{p}{100} = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$\bullet G_2 = G_1 + o_2 = G_1 + G_1 \cdot \frac{p}{100} = G_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

$$G_n = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Zaporedne končne glavnice sestavljajo **geometrijsko zaporedje** (eksponentna rast).

Diskretno obrestno obrestovanje

Letni **obrestni faktor**:

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

Višina končne glavnice po n letih:

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$

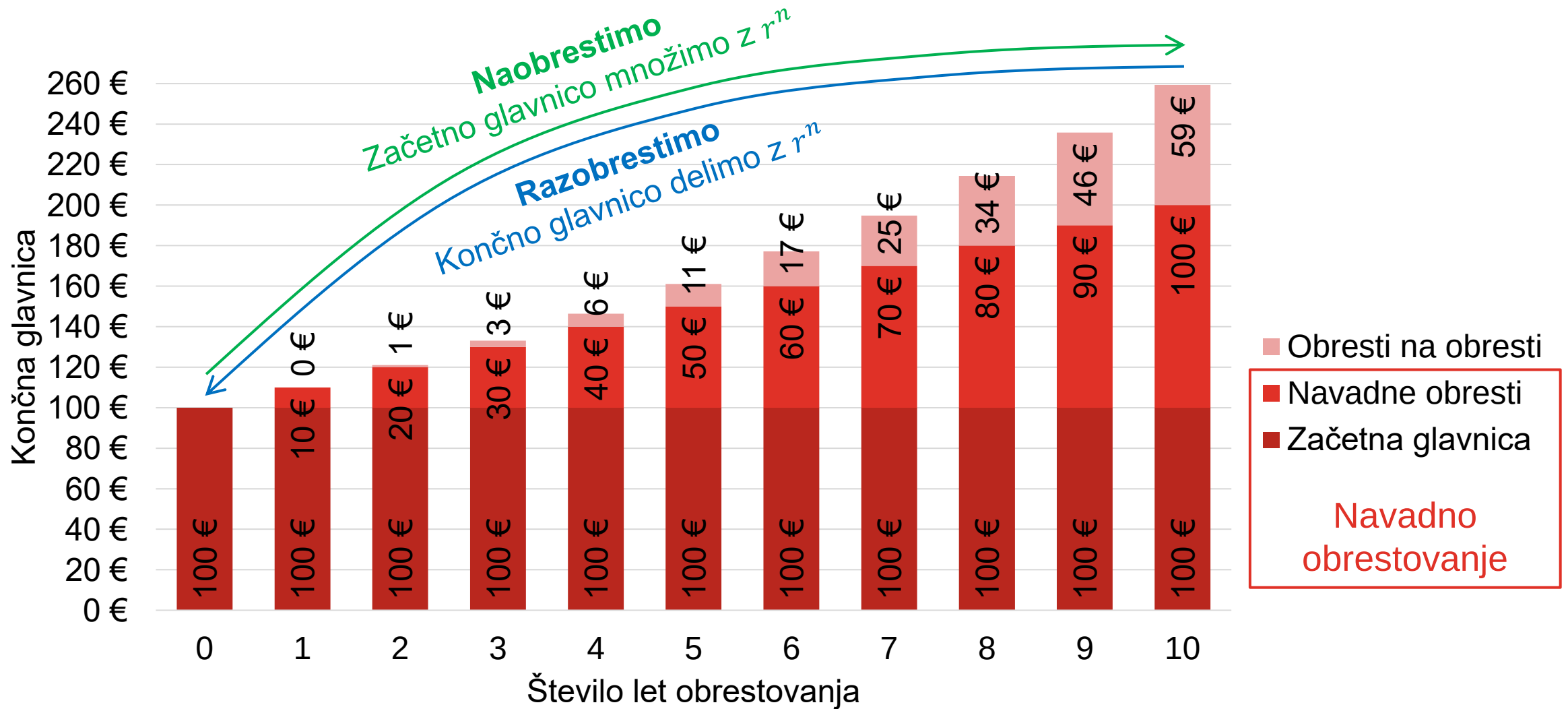
Skupne obresti v n letih:

$$o = G_n - G_0$$

Obresti v i -tem letu obrestovanja:

$$o_i = G_i - G_{i-1}$$

Letno obrestno obrestovanje: $G_0 = 100 \text{ €}$, $p \% = 10 \%$





EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomska fakulteta

80!



Periodična vplačila in izplačila

Kredit

Varčevanje

Kredit

Iščemo višino letnega obroka

Sposojena glavnica $G = 500$ €, letno obrestno obrestovanje

Letna obrestna mera $p \% = 10 \% \Rightarrow$ letni obrestni faktor $r = 1,1$

Odplačila doba 5 let, obrok v višini a ob koncu vsakega leta



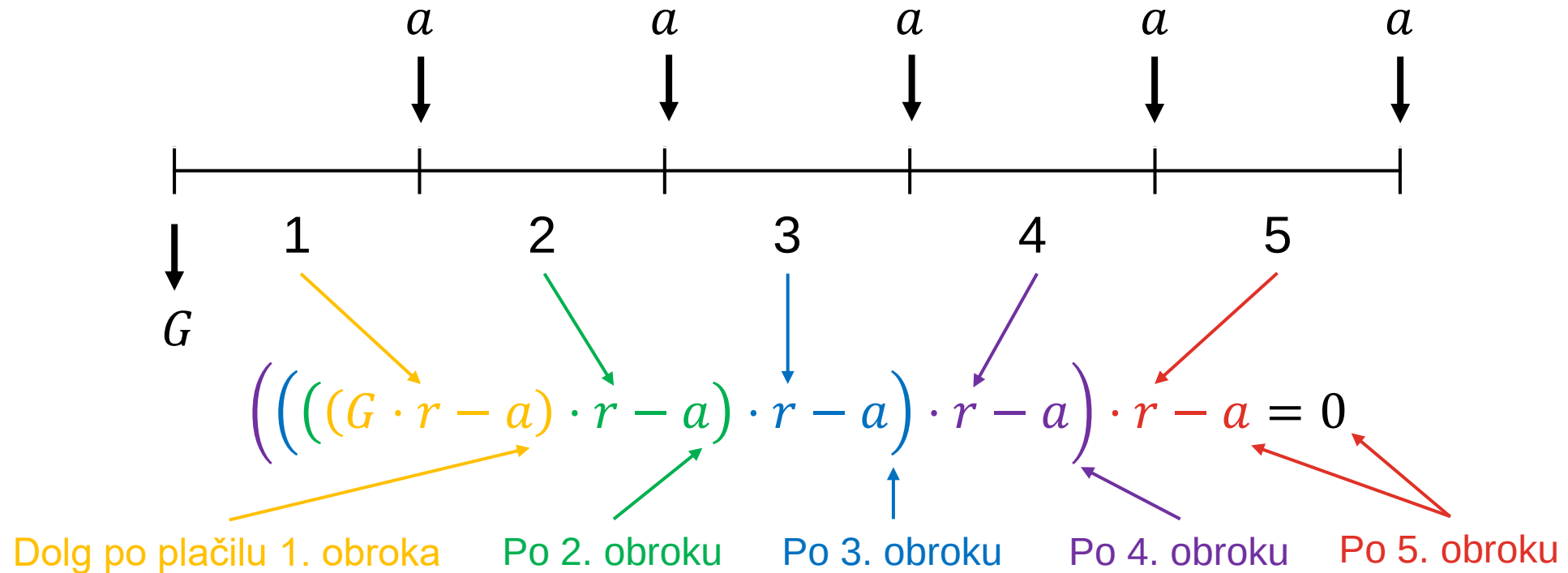
Kredit

Iščemo višino letnega obroka

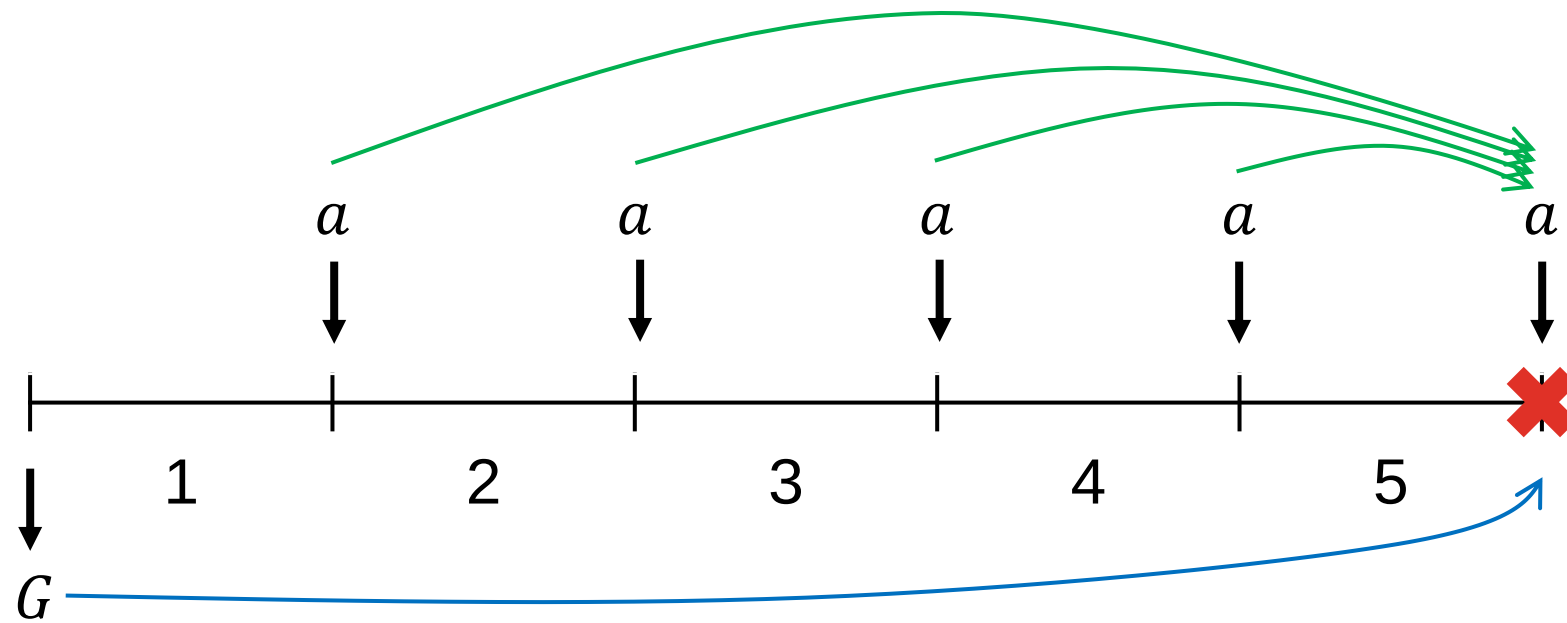
Sposojena glavnica $G = 500$ €, letno obrestno obrestovanje

Letna obrestna mera $p \% = 10 \% \Rightarrow$ letni obrestni faktor $r = 1,1$

Odplačila doba 5 let, obrok v višini a ob koncu vsakega leta



Kredit

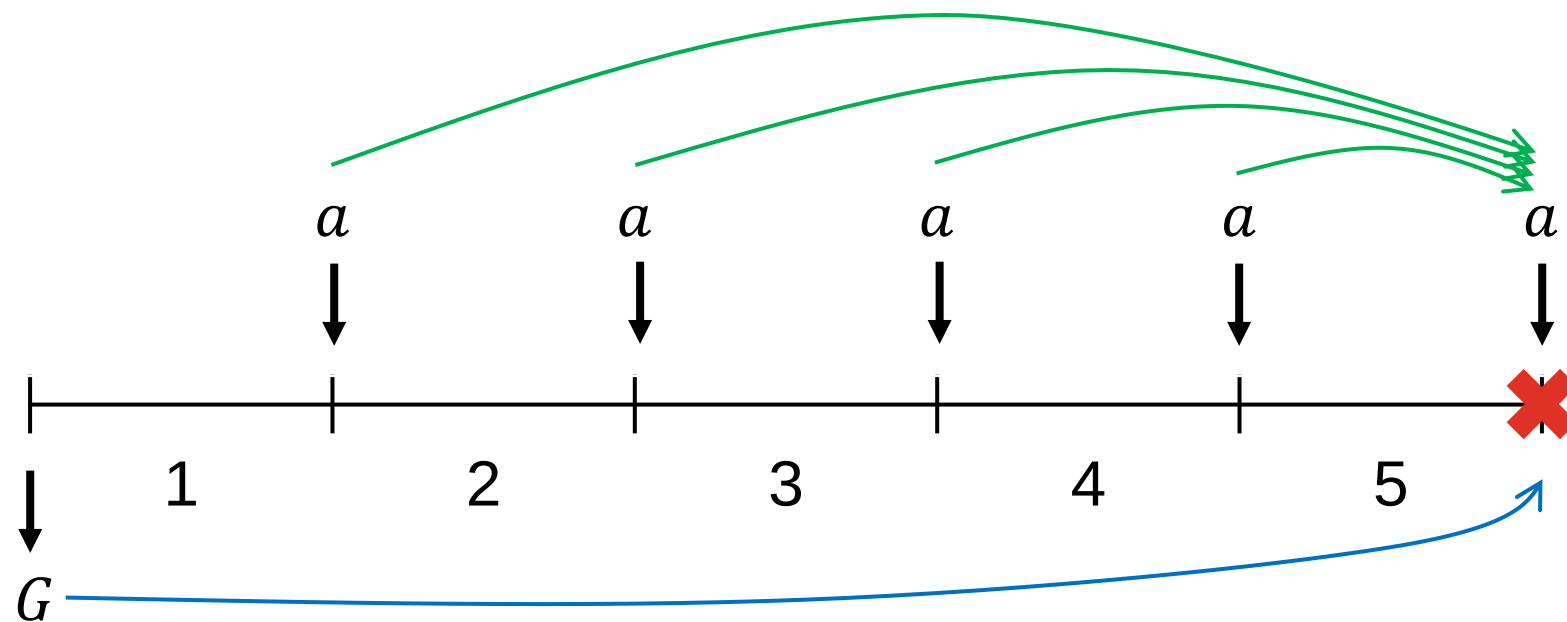


Vsota vseh izplačil, $\longrightarrow G \cdot r^5 \stackrel{\text{red circle}}{=} a \cdot r^4 + a \cdot r^3 + a \cdot r^2 + a \cdot r + a \longleftarrow$ Vsota vseh vplačil,
 vsako posebej naobresteno do redukcijskega termina vsako posebej naobresteno do redukcijskega termina

$$G \cdot r^5 - a \cdot r^4 - a \cdot r^3 - a \cdot r^2 - a \cdot r - a = 0$$

$$\left(\left(\left(\left(G \cdot r - a \right) \cdot r - a \right) \cdot r - a \right) \cdot r - a \right) \cdot r - a = 0$$

„Načelo ekvivalence glavnice“



$$G \cdot r^5 = a \cdot r^4 + a \cdot r^3 + a \cdot r^2 + a \cdot r + a$$

$$G \cdot r^5 = a \cdot \underbrace{(r^4 \overset{\cdot r}{\leftarrow} + r^3 \overset{\cdot r}{\leftarrow} + r^2 \overset{\cdot r}{\leftarrow} + r \overset{\cdot r}{\leftarrow} + 1)}$$

Končna geometrijska vrsta
s prvim členom 1 in količnikom r

Vsota končne geometrijske vrste (za $r \neq 1$)

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} + r^n = S$$

Enakost pomnožimo z r :

$$r + r^2 + r^3 + \dots + r^n + r^{n+1} = S \cdot r$$

Odštejemo enakosti (zgornja – spodnja):

$$1 - r^{n+1} = S \cdot (1 - r) \Rightarrow S = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

„Naslednji“
člen v vrsti

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} + r^n = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1}$$

Količnik

Kredit

Iščemo višino letnega obroka: $n = 5$, $G = 500$ €, $p \% = 10 \%$, $r = 1,1$

$$G \cdot r^5 = a \cdot (r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)$$

$\cdot r$ $\cdot r$ $\cdot r$ $\cdot r$
 $\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$

$$G \cdot r^5 = a \cdot \frac{r^5 - 1}{r - 1}$$

„Naslednji“
člen v vrsti
 Količnik

$$\boxed{a = G \cdot r^5 \cdot \frac{r - 1}{r^5 - 1}} = 500 \cdot 1,1^5 \cdot \frac{1,1 - 1}{1,1^5 - 1} = 131,90 \text{ €}$$

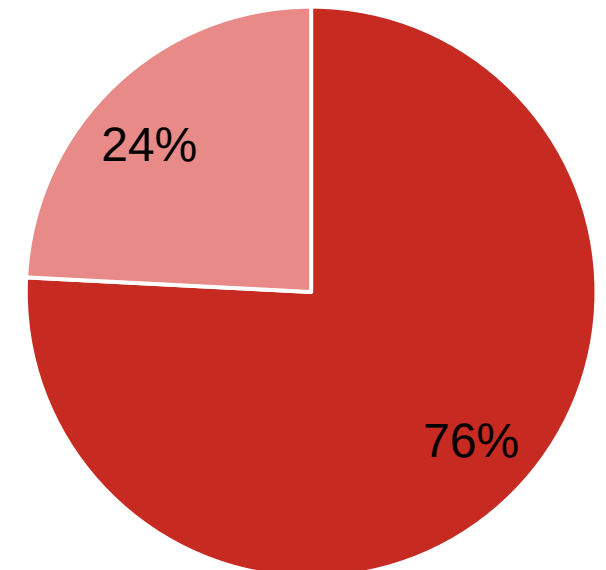
Glavnica: **500 €**

Vsota vseh plačil:

$$5 \cdot 131,90 = \mathbf{659,50 \text{ €}}$$

- Razdolžnina
- Obresti

Struktura
vsote vseh plačil



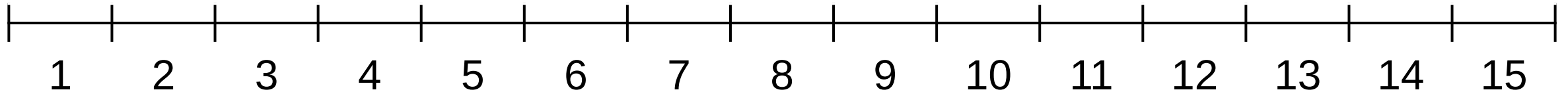
Šolsko tekmovanje 2017

Babica Metka se je ob rojstvu vnuka odločila, da mu bo v času njegovega osnovnošolskega izobraževanja ob koncu vsakega šolskega leta podarila **300 €** žepnine. Da bi lahko to odločitev izpolnila, kmalu po vnukovem rojstvu vloži v banko potreben denar. Prvo žepnino bo vnuku izplačala natanko **7 let po pologu**, zadnjo pa **15 let po pologu**.

Banka za dolgoročne depozite ponuja letno obrestno mero **4 % z letnim obrestovanjem**.

a) Koliko denarja mora Metka vložiti v banko, da bo lahko poravnala vse žepnine?

Rešitev naloge a)



$$a = 300 \text{ €}$$

$$p \% = 4 \%$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$r = 1,04$$

$$G = ?$$

Šolsko tekmovanje 2017

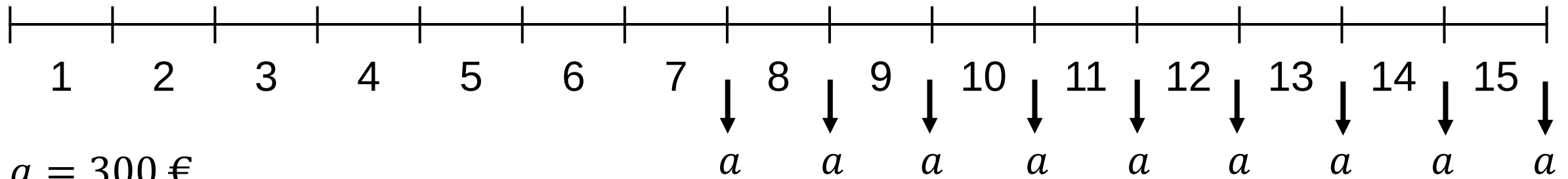
Babica Metka se je ob rojstvu vnuka odločila, da mu bo v času njegovega osnovnošolskega izobraževanja ob koncu vsakega šolskega leta podarila **300 €** žepnine. Da bi lahko to odločitev izpolnila, kmalu po vnukovem rojstvu vloži v banko potreben denar. Prvo žepnino bo vnuku izplačala natanko **7 let po pologu**, zadnjo pa **15 let po pologu**.

Banka za dolgoročne depozite ponuja letno obrestno mero **4 % z letnim obrestovanjem**.

- a) Koliko denarja mora Metka vložiti v banko, da bo lahko poravnala vse žepnine?
- b) Kolikšno je stanje na babičinem varčevalnem računu, ko vnuk zaključi peti razred, to je takoj po tem, ko mu izplača peto žepnino?

Se nadaljuje ...

Rešitev naloge b)

 G 

$$a = 300 \text{ €}$$

$$r = 1,04$$

$$G = 1762,88 \text{ €}$$



EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomska fakulteta

80!



Presojanje investicij

Neto sedanja vrednost

Interna stopnja donosnosti

Neto sedanja vrednost

Sprejemanje investicijskih odločitev

Neto ...

- Prištejemo prihodke (**donose**), odštejemo odhodke (**investicije**)

... sedanja vrednost

- Denarne tokove preračunamo (**razobrestimo / diskontiramo**) na današnji dan
- Obrestna mera postane **diskontna stopnja**

Presojanje smiselnosti investicij

- $NSV > 0 \Rightarrow$ investicija se splača
- $NSV < 0 \Rightarrow$ investicija se ne splača

$$NSV = \sum \text{razobresteni donosi} - \sum \text{razobrestene investicije}$$

Interna stopnja donosnosti

Sprejemanje investicijskih odločitev

Interna stopnja donosnosti je tista letna obrestna mera (diskontna stopnja) p %, pri kateri je neto sedanja vrednost investicije enaka 0.

V splošnem dobimo **polinomske enačbe**.

Presojanje smiselnosti investicij

Dobljeno interno stopnjo donosnosti primerjamo s **ciljno vrednostjo** d^* %:

- $ISD > d^*$ $\Rightarrow$ investicija se splača
- $ISD < d^*$ $\Rightarrow$ investicija se ne splača

Šolsko tekmovanje 2021

Podjetje je zaslužiło večjo vsoto denarja, ki ga bo potrebovalo šele čez nekaj časa. Zato razmišlja o investiciji v stanovanjski kompleks, ki stane **2 000 000 €**.

Načrtuje, da bo del stanovanj lahko prodalo **čez dve leti** in zanje iztržilo **1 200 000 €**, del pa **čez štiri leta** in zanje iztržilo še **1 000 000 €**.

Letna obrestna mera na trgu je **3 %** z letnim obrestovanjem.

- a) Kolikšna je **neto sedanja vrednost** investicije v stanovanjski kompleks?
- b) Ali se podjetju investicija v stanovanjski kompleks splača?

Rešitev nalog a) in b)

$$a_0 = 2\,000\,000 \text{ €}$$

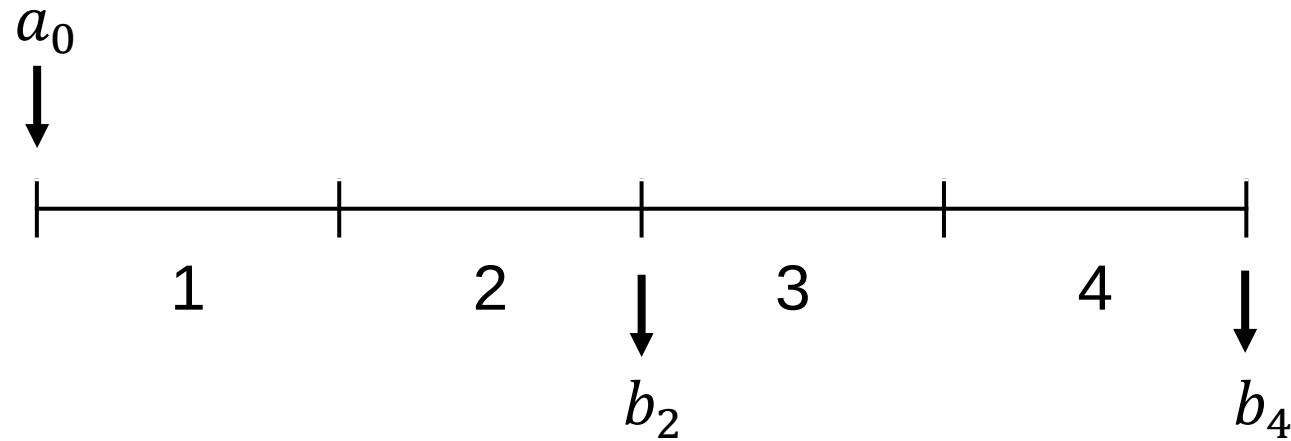
$$b_2 = 1\,200\,000 \text{ €}$$

$$b_4 = 1\,000\,000 \text{ €}$$

$$p = 3 \%$$

$$r = 1,03$$

$$NSV = ?$$



Šolsko tekmovanje 2021

Podjetje je zaslužiło večjo vsoto denarja, ki ga bo potrebovalo šele čez nekaj časa. Zato razmišlja o investiciji v stanovanjski kompleks, ki stane **2 000 000 €**.

Načrtuje, da bo del stanovanj lahko prodalo **čez dve leti** in zanje iztržilo **1 200 000 €**, del pa **čez štiri leta** in zanje iztržilo še **1 000 000 €**.

Letna obrestna mera na trgu je **3 %** z letnim obrestovanjem.

- a) Kolikšna je **neto sedanja vrednost** investicije v stanovanjski kompleks?
- b) Ali se podjetju investicija v stanovanjski kompleks splača?
- c) Kolikšna je **interna stopnja donosnosti** investicije v stanovanjski kompleks?

Rešitev naloge c)

$$a_0 = 2\,000\,000 \text{ €}$$

$$b_2 = 1\,200\,000 \text{ €}$$

$$b_4 = 1\,000\,000 \text{ €}$$

$$NSV = \frac{b_2}{r^2} + \frac{b_4}{r^4} - a_0$$



EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomski fakulteta

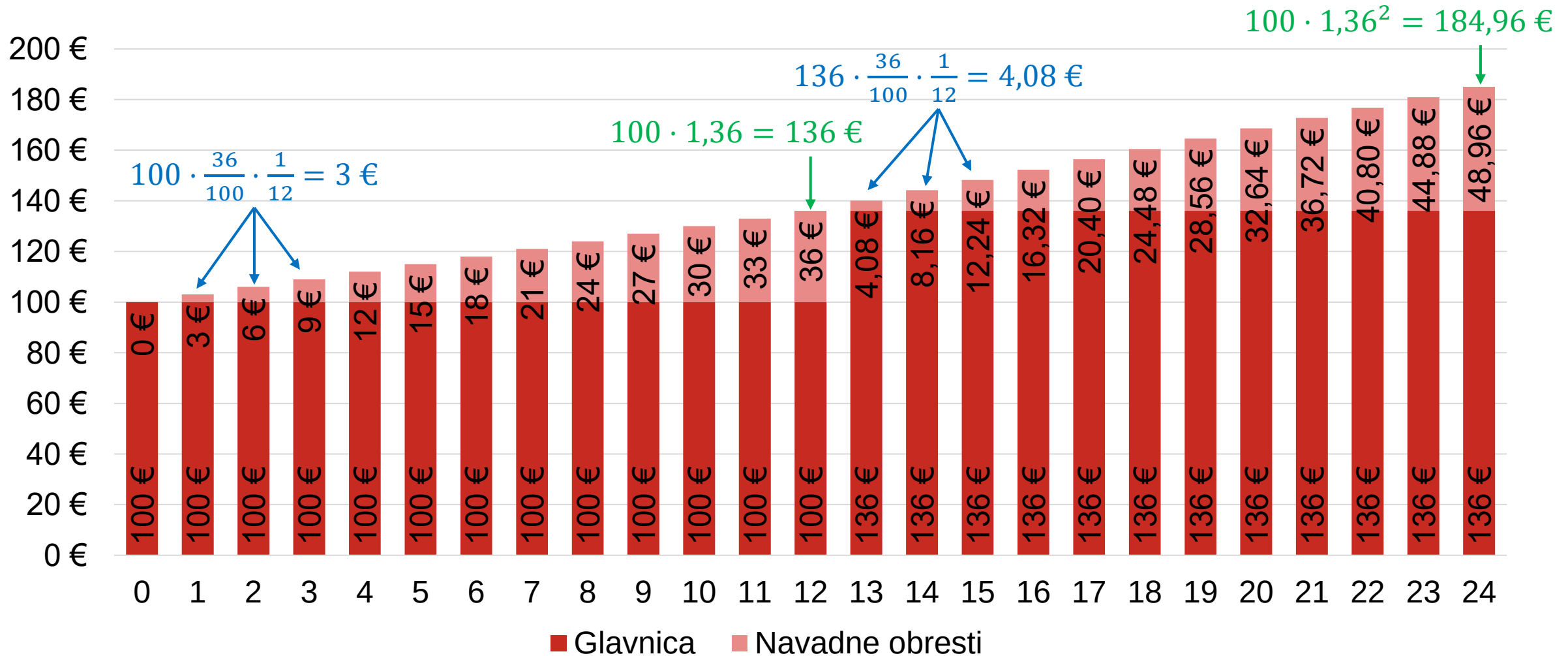
80!



Medletno obrestovanje

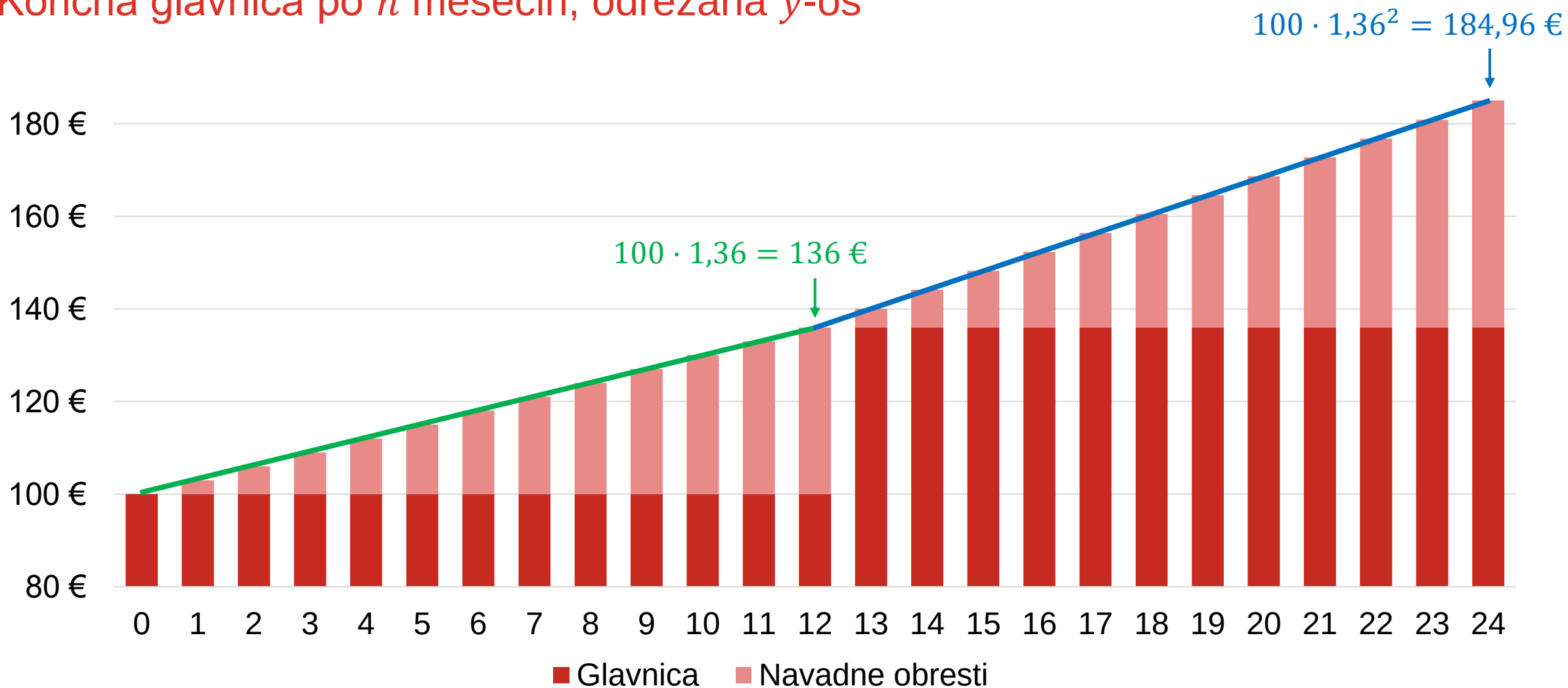
Letno obrestno obrestovanje: $G_0 = 100 \text{ €}$, $p \% = 36 \%$

Končna glavnica po m mesecih, letni obrestni faktor $r = 1,36$



Letno obrestno obrestovanje: $G_0 = 100 \text{ €}$, $p \% = 36 \%$

Končna glavnica po n mesecih, odrezana y-os



Viri in literatura

Arhiv tekmovalnih nalog iz finančne matematike in statistike

- <https://www.dmfa.si/Tekmovanja/PMSS/ArhivNalog.aspx> (2014–2021)
- <https://www.dmfa.si/Tekmovanja/EkSS/ArhivNalog.aspx> (od 2022 dalje)

Literatura iz finančne matematike

- J. A. Čibej, *Kako računati obresti*, Združenje bank Slovenije, 2011
- L. Ferbar Tratar, D. Kokol Bukovšek. *Matematika za poslovne in ekonomske vede*. UL EF, 2019
- D. Kokol Bukovšek, B. Mojškerc, *Matematika za poslovne in ekonomske vede: Naloge in izpitni primeri*, 2. dopolnjena izdaja, UL EF, 2017
- T. Košir, K. Pugelj, A. Toman, *Dodatno gradivo za pripravo na tekmovanje v znanju finančne matematike in statistike*, DMFA, 2016, dostopno na http://www.dmfa.si/Tekmovanja/Gradiva/FMS_gradivo_2016.pdf



EF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomski fakulteta

80!



Hvala za pozornost

Dr. Aleš Toman

UL EF in DMFA Slovenije

✉ ales.toman@ef.uni-lj.si